1 - PROBLEMA DEL COSTO FISSO

M È UN PARAMETRO (DI SOLITO MOLTO PIÙ GRANDE DEL PIÙ GRANDE NUM. DEL PROBLEMA)

MIN $c^T x$
$x \in A$
$x \geq 0$

EQUIVALE A $\Longrightarrow$

$$\begin{aligned} &\min\ c^T x + yP \\ &x \in \mathcal{A} \\ &y \geq \frac{x_i}{M}, \quad M \gg 1 \\ &x \geq 0 \\ &y \in \{0,1\} \end{aligned}$$

$M \gg 1 \Rightarrow y = 0$ SSE $x_i = 0$, ALTRIMENTI $y > 0$

$y \in \{0,1\} \longrightarrow$ O ZERO, O UNO

2 - PROBLEMA DEI VINCOLI DISGIUNTIVI

UN VINCOLO SCOMPARE CON $\alpha = 1 \vee \beta = 1$

MIN $c^T x$
$x \in B$

$x \in \mathbb{R}^n$
B È UN GENERICO POLIEDRO

- NON C'È VINCOLO $x \geq 0$

1) <u>ALMENO UNO</u> DEI DUE VINCOLI DEVE ESSERE SODDISFATTO: $c_1^T x \leq b_1$ E $c_2^T x \leq b_2$

$$\begin{aligned} &\min\ c^T x \\ &x \in \mathcal{B} \\ &c_1^T x \leq b_1 + \alpha M, \qquad M \gg 1 \\ &c_2^T x \leq b_2 + \beta M \\ &\alpha + \beta \leq 1 \\ &\alpha, \beta \in \{0,1\}. \end{aligned}$$

UNO DEVE RIMANERE O ENTRAMBI

2) <u>ESATTAMENTE UNO</u> DEI DUE VINCOLI DEVE ESSERE SODDISFATTO: $c_1^T x \leq b_1$ E $c_2^T x \leq b_2$

$$\begin{aligned} &\min\ c^T x \\ &x \in \mathcal{B} \\ &c_1^T x \leq b_1 + \alpha M, \qquad M \gg 1 \\ &c_2^T x \leq b_2 + \beta M \\ &\alpha + \beta = 1 \\ &\alpha, \beta \in \{0,1\}. \end{aligned}$$

UNO DEI DUE DEVE SPARIRE E UNO NO

3) <u>AL PIÙ</u> UNO DEI DUE VINCOLI DEVE ESSERE SODDISFATTO: $c_1^T x \leq b_1$ E $c_2^T x \leq b_2$

$$\begin{aligned} &\min\ c^T x \\ &x \in \mathcal{B} \\ &c_1^T x \leq b_1 + \alpha M, \qquad M \gg 1 \\ &c_2^T x \leq b_2 + \beta M \\ &\alpha + \beta \geq 1 \\ &\alpha, \beta \in \{0,1\}. \end{aligned}$$

4) ALMENO $K \leq m$ TRA I VINCOLI AGGIUNTIVI $c_i^T x \leq b_i$; $i = 1 \dots m$ DEVONO ESSERE SODDISFATTI

$$\begin{aligned} &\min\ c^T x \\ &x \in \mathcal{B} \\ &c_1^T x \leq b_1 + \alpha_1 M, \qquad M \gg 1 \\ &\quad \vdots \\ &c_m^T x \leq b_m + \alpha_m M \\ &\alpha_1 + \cdots + \alpha_m \leq m - k \\ &\alpha_1, \ldots, \alpha_m \in \{0,1\}. \end{aligned}$$

UNO DEI DUE DEVE SPARIRE O ENTRANBI

ESERCIZIO MM2

ESERCIZIO MM2

La Chair s.r.l. produce 3 tipi di sedie da cucina in 3 reparti diversi, ognuno dei quali può indifferentemente produrre le tre tipologie di sedie. I mobilifici consorziati con la Chair s.r.l. richiedono che essa produca rispettivamente 400, 380 e 350 sedie dei tre tipi. La Chair s.r.l. può decidere se attivare la produzione di sedie in ognuno dei tre reparti, la qual cosa prevede il seguente costo di attivazione (Euro)

	reparto 1	reparto 2	reparto 3
Costo attivazione	120	140	125

Inoltre nella seguente tabella si riporta il costo unitario (Euro/unità) di produzione di ciascuna sedia in ciascun reparto, nonchè la quantità massima di sedie producibili (unità)

	sedia 1	sedia 2	sedia 3	q.tà max sedie producibili
reparto 1	18	23	35	600
reparto 2	19	22	36	650
reparto 3	17	20	37	690

VINCOLO

Si costruisca un modello di PL per la minimizzazione dei costi di produzione delle sedie per la Chair s.r.l.

- OGNI SEDIA PUÓ ESSERE PRODOTTA IN OGNI REPARTO

R1 → {S1, S2, S3}
R2 → {S1, S2, S3}
R3 → {S1, S2, S3}

S1 : 400
S2 : 380
S3 : 350

VINCOLI

SOLUZIONE :

Scelta variabili:

- x_{ij} = numero di sedie di tipo i-simo prodotte nel reparto j-simo, $i = 1, 2, 3,\ j = 1, 2, 3$

- $y_j = \begin{cases} 1 & \text{se produciamo sedie nel reparto } j-\text{simo},\ j = 1,2,3 \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$

$x_{11} = S1 \wedge R1$
$x_{12} = S1 \wedge R2$
⋮
$x_{33} = S3 \wedge R3$

Funzione obiettivo:

$$\min \quad 18x_{11} + 23x_{21} + 35x_{31} + 19x_{12} + 22x_{22} + 36x_{32} + 17x_{13} + 20x_{23} + 37x_{33} + 120y_1 + 140y_2 + 125y_3$$

FUNZIONE OBIETTIVO : ● + ●

$18x_{11}$ = 18 SEDIE [S1, R1] (TIPO 1, REPARTO 1) } COSTO COMPLESSIVO PER S1 IN R1
+
$23x_{21}$ = 23 SEDIE [S2, R1] ''
+
⋮
+
$37x_{33}$ = 37 SEDIE [S3, R3]
+
$120y_1$ → ATTIVAZIONE IN REPARTO 1
+
⋮
+
$125y_3$

Vincoli:

$\sum_{j=1}^{3} x_{1j} \geq 400$ → MINIMO 400 SEDIE S1 IN QUALSIASI REPARTO

$\sum_{j=1}^{3} x_{2j} \geq 380$ → '' 380 '' S2 '' ''

$\sum_{j=1}^{3} x_{3j} \geq 350$ → '' 350 '' S3 '' ''

$\sum_{i=1}^{3} x_{i1} \leq 600$ → MASSIMO 600 SEDIE IN R1

$\sum_{i=1}^{3} x_{i2} \leq 650$ → '' 650 '' '' R2

$\sum_{i=1}^{3} x_{i3} \leq 690$ → '' 690 '' '' R3

$x_{ij} \geq 0, intere, \quad i = 1, 2, 3, \quad j = 1, 2, 3$

$y_j \geq \frac{x_{1j} + x_{2j} + x_{3j}}{M}, \quad M \gg 1$, costante (non variabile), $\quad j = 1, 2, 3$

→ SE PRODUCO UNA QUALSIASI SEDIA IN UN QUALSIASI REPARTO, $y_j = 1$, 0 ALTRIMENTI

BRANCH AND BOUND

↳ UTILIZZA IL METODO DEL SIMPLESSO
↳ ALGORITMO CHE RISOLVE PROBLEMI DI PL. (VARIABILI $\in \mathbb{R}$). MI DÁ LA SOLUZIONE OTTIMA DI UN PROBLEMA MA NON TIENE CONTO SE LE VARIABILI DEVONO ESSERE INTERE

- IL B&B USA IL SIMPLESSO PER TROVARE SOLUZIONI PARZIALI → AGGIUNGE RAMIFICAZIONI (ES: 3.5 ⇒ $x \leq 3 \vee x \geq 4$) → SCARTA I RAMI CHE NON PORTANO AD UNA SOLUZIONE MIGLIORE

↳ USATO PER PROBLEMI CHE NON DEVONO AVERE DECIMALI (ES. QUANTITÁ DI OGGETTI, PERSONE ECC..)